1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

Πώς θα μπορούσε να περιγραφεί η κίνηση ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου; Πόσο γρήγορα κινείται η μπάλα που κλώτσησε ένας ποδοσφαιριστής; Απαντήσεις σε τέτοια ερωτήματα δίνει η **Κινηματική** η οποία περιγράφει τις κινήσεις των σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε την **ευθύγραμμη κίνηση**, δηλαδή την κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή. Θα αναζητήσουμε τις σχέσεις μεταξύ ταχύτητας - χρόνου και θέσης - χρόνου, ώστε να μπορούμε σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίζουμε τη θέση και την ταχύτητα ενός κινητού. Έτσι θα αποκτήσουμε τη δυνατότητα να απαντάμε σε ερωτήματα που εμφανίζονται στην καθημερινή μας ζωή και έχουν σχέση με την ταχύτητα, την επιτάχυνση, τη θέση ή το χρόνο κίνησης ενός κινητού.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.1.1 Ύλη και κίνηση

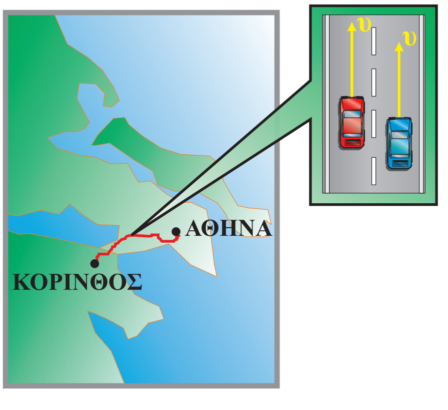
Μια χαρακτηριστική ιδιότητα της ύλης είναι η κίνηση, τόσο στα μικροσκοπικά σωμάτια (στο μικρόκοσμο), όσο και στα σώματα αισθητών διαστάσεων (στο μακρόκοσμο). Τα άτομα του ακίνητου βιβλίου που έχετε μπροστά σας ταλαντώνονται γύρω από μια θέση ισορροπίας. Τα στοιχειώδη σωμάτια από τα οποία αποτελείται το άτομο (ηλεκτρόνια, πρωτόνια κ.α.) κινούνται κι αυτά. Τα μόρια των ρευστών (υγρών και αερίων) βρίσκονται σε μία διαρκή άτακτη κίνηση.

Αλλά και στο μακρόκοσμο η κίνηση είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα της ύλης. Τα σώματα που βρίσκονται πάνω στη Γη και φαίνονται ακίνητα, στην πραγματικότητα κινούνται, αφού συμμετέχουν στην περιστροφή της γύρω από τον άξονα της, αλλά και στην περιφορά της γύρω από τον ήλιο. Σε μεγαλύτερη κλίμακα ο ήλιος και οι πλανήτες κινούνται μέσα στο γαλαξία και όλοι οι γαλαξίες κινούνται αιώνια μέσα στο σύμπαν, εικόνα 1.1.1.

Δεν υπάρχει ύλη που να παραμένει ακίνητη στο σύμπαν ή περισσότερο φιλοσοφικά: η κίνηση είναι τρόπος ύπαρξης της ύλης.

Εικόνα 1.1.1
Ο Γαλαξίας της Ανδρομέδας.

Η κίνηση είναι έννοια σχετική, δηλαδή η περιγραφή της εξαρτάται από το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε. Παραδείγματος χάρη στον εθνικό δρόμο Αθηνών Κορίνθου, δύο αυτοκίνητα κινούνται πλάι-πλάι, χωρίς το ένα να προσπερνά το άλλο, εικόνα 1.1.2.



Εικόνα 1.1.2
Το ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο ως προς το άλλο.

Για έναν ακίνητο παρατηρητή που βρίσκεται στο δρόμο τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Αντίθετα για ένα παρατηρητή που βρίσκεται στο ένα από τα δύο αυτοκίνητα, το άλλο φαίνεται ότι παραμένει ακίνητο. Δηλαδή ένα σώμα θα λέμε ότι κινείται, όταν αλλάζει συνεχώς θέσεις, ως προς ένα παρατηρητή (σύστημα αναφοράς) που θεωρούμε ακίνητο.

Η τροχιά ενός σώματος που κινείται είναι το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες διέρχεται το σώμα.
Αν η τροχιά είναι ευθεία, τότε η κίνηση χαρακτηρίζεται ως **ευθύγραμμη,** ενώ αν είναι καμπύλη ως **καμπυλόγραμμη.**

1.1.2 Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σωματίου

α. Η έννοια του σωματίου ή σημειακού αντικειμένου.

Πολλές φορές οι διαστάσεις των αντικειμένων, δε μας βοηθούν στη μελέτη της κίνησής τους. Για παράδειγμα στις ερωτήσεις "πού βρίσκεται κάποια χρονική στιγμή μια αμαξοστοιχία;", "πόσο μετατοπίστηκε ένα αυτοκίνητο;", δεν μπορούμε να απαντήσουμε, αν δεν αναφερθούμε σε κάποιο σημείο τους, (π.χ. την αρχή ή το τέλος τους). Αυτό μας οδήγησε στη σκέψη να θεωρούμε πολλές φορές τα αντικείμενα ως σωμάτια ή σημειακά αντικείμενα.

Εικόνα 1.1.3
Η αμαξοστοιχία μπορεί να θεωρηθεί σαν σωμάτιο.

Σωμάτιο ή σημειακό αντικείμενο είναι η αναπαράσταση (μοντέλο) ενός αντικειμένου με ένα σημείο.
Έτσι, αν θεωρήσουμε την αμαξοστοιχία που φαίνεται στην εικόνα 1.1.3 σαν σωμάτιο, μπορούμε να πούμε ότι τη χρονική στιγμή π.χ. 10h, 15min, 10s πέρασε από το εικοστό χιλιόμετρο της διαδρομής Αθηνών - Κορίνθου.

Στη συνέχεια, για λόγους απλότητας, τα σώματα των οποίων μελετάμε την κίνηση θα τα ονομάζουμε **κινητά ή σωμάτια** ανεξάρτητα από τις διαστάσεις τους.

β. Προσδιορισμός της θέσης σωματίου σε ευθεία γραμμή.

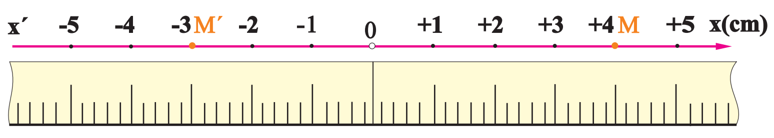
Στην καθημερινή μας ζωή, για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός αντικειμένου στο χώρο, χρησιμοποιούμε τις εκφράσεις "δίπλα στο...", "πάνω από...", "δεξιά από...", κ.α. Παραδείγματος χάρη "το ποτήρι βρίσκεται πάνω στο τραπέζι, δίπλα στο ανθοδοχείο". Δηλαδή, πάντα αναφερόμαστε σε κάποιο άλλο αντικείμενο.

Έτσι και στη Φυσική, για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, πρέπει να αναφερθούμε σε κάποιο σημείο, που το θεωρούμε ως σημείο αναφοράς.

Στη Φυσική όμως δεν αρκεί ο ποιοτικός προσδιορισμός της θέσης παραδείγματος χάρη, "δίπλα στο σημείο Ο". Απαιτείται ο ακριβής ποσοτικός προσδιορισμός της, που προκύπτει από μετρήσεις.
Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, που βρίσκεται ή κινείται σε ευθεία γραμμή, πρέπει να ορίσουμε ένα

σημείο αναφοράς ή αρχή, για τις μετρήσεις μας. Επίσης πρέπει να προσδιορίσουμε, αν το σωμάτιο κινείται δεξιά ή αριστερά, σε σχέση με την αρχή. Μπορούμε κατά σύμβαση να συμβολίσουμε το δεξιά με (+) και το αριστερά με (-).

Στην εικόνα 1.1.4 φαίνεται η ευθεία πάνω στην οποία μπορεί να κινείται ένα σωμάτιο, όπου η κίνηση μπορεί να γίνεται δεξιά ή αριστερά του σημείου Ο. Τοποθετούμε πάνω

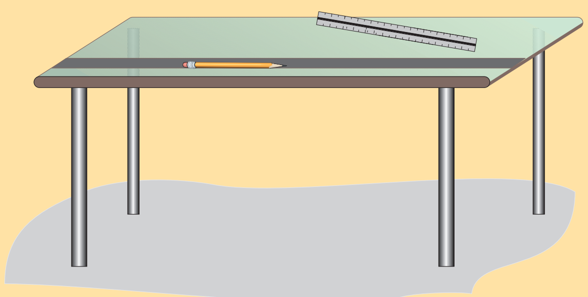


Εικόνα 1.1.4
Ένα σύστημα αναφοράς σε ευθεία γραμμή.

στην ευθεία δυο μετροταινίες με την αρχή τους στο Ο, μια δεξιά του και μια αριστερά του. Οι δύο μετροταινίες μαζί με το σημείο Ο (αρχή), αποτελούν το **σύστημα αναφοράς**. Η **θέση** του σωματίου στο συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς, προσδιορίζεται με έναν αριθμό, ο οποίος συμβολίζεται με το γράμμα x και ο οποίος μπορεί να πάρει θετικές ή αρνητικές τιμές. Παραδείγματος χάρη, αν το σωμάτιο βρίσκεται στο σημείο Μ ή το σημείο Μ΄, η θέση του θα είναι $x = +4cm$ ή $x = -3cm$ αντίστοιχα.

Δραστηριότητα

Τοποθετείστε ένα μολύβι, πάνω στο θρανίο σας όπως φαίνεται στην εικόνα. Ορίστε σημείο αναφοράς πάνω στην ευθεία που ορίζει το μολύβι και προσδιορίστε με τη βοήθεια ενός κανόνα τις θέσεις των άκρων του μολυβιού.



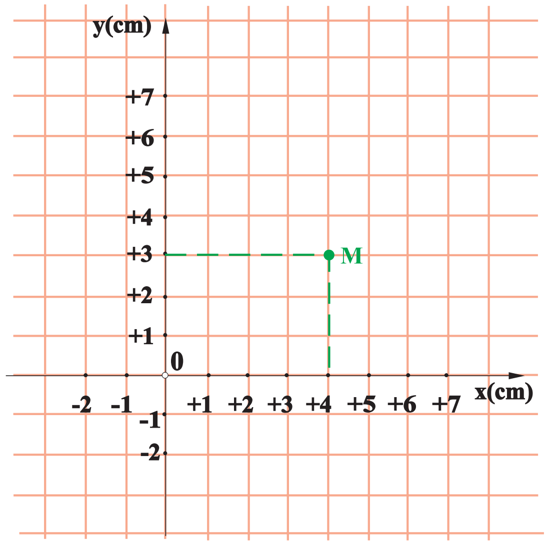
Να επαναλάβετε την ίδια διαδικασία ορίζοντας ως σημείο αναφοράς κάποιο σημείο του μολυβιού.

γ. Προσδιορισμός της θέσης στο επίπεδο.

Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, που βρίσκεται στο επίπεδο, χρειάζονται δύο άξονες και, κατ' αντιστοιχία με τα παραπάνω, τέσσερις μετροταινίες και δύο μετρήσεις. Το σύστημα αναφοράς τώρα είναι ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (λέγεται Καρτεσιανό, όπως γνωρίζουμε από τα Μαθηματικά).

Η θέση του σωματίου Μ, προσδιορίζεται με δύο αριθμούς (**x**, **y**) που ονομάζονται **συντεταγμένες** του Μ (Εικ. 1.1.5). Για να βρούμε παραδείγματος χάρη, τη θέση του σημείου Μ, φέρνουμε από αυτό κάθετες πάνω στους άξονες x, y. Τα ίχνη των καθέτων αυτών πάνω στους άξονες x, y, αντιστοιχούν στους αριθμούς 4 και 3. Το διατεταγμένο ζεύγος

> ***Δραστηριότητα***
>
> Προσδιορίστε τη θέση μιας γομολάστιχας που βρίσκεται πάνω στο θρανίο σας, επιλέγοντας ένα κατάλληλο κατά την κρίση σας ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

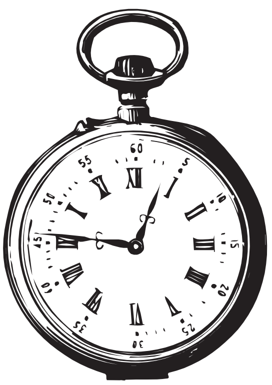


Εικόνα 1.1.5
Προσδιορισμός της θέσης ενός σημείου στο επίπεδο, με τη βοήθεια ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων.

αριθμών (4, 3) αποτελεί τις συντεταγμένες του σημείου Μ, και προσδιορίζει τη θέση του στο επίπεδο.

1.1.3 Οι έννοιες της χρονικής στιγμής, του συμβάντος και της χρονικής διάρκειας

α. Χρονική στιγμή.

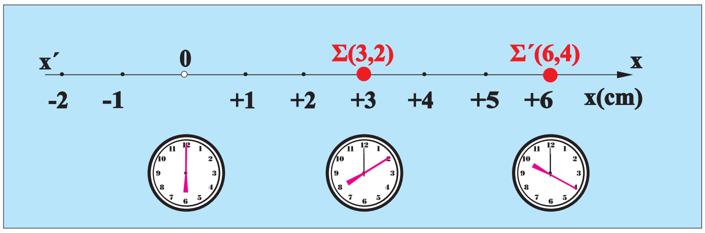


Πότε περνάει ένα κινητό από μια ορισμένη θέση; Για να απαντήσουμε στο παραπάνω ερώτημα χρειαζόμαστε ένα ρολόι ή ένα χρονόμετρο. Η ένδειξη του ρολογιού ή του χρονόμετρου μας λέει "το πότε" το κινητό πέρασε από τη συγκεκριμένη θέση και ονομάζεται χρονική στιγμή.

Η έννοια της χρονικής στιγμής στη Φυσική αντιστοιχεί στην ένδειξη του ρολογιού ή του χρονομέτρου και δεν έχει διάρκεια, αντίθετα με την καθημερινή ζωή όπου η έκφραση "περίμενε μια στιγμή", μπορεί να σημαίνει, περίμενε μερικά λεπτά ή ακόμη περισσότερο. Η χρονική στιγμή συμβολίζεται με το γράμμα t.

β. Το συμβάν (ή γεγονός).

Έστω ένα κινητό που κινείται σε ευθεία γραμμή και βρίσκεται στη θέση x = +3cm τη χρονική στιγμή t = 2s (Εικ. 1.1.6). Αυτό αποτελεί ένα συμβάν ή γεγονός και συμβολίζεται Σ (3cm, 2s) ή γενικά Σ(x, t). Η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων που έγινε στο πεντηκοστό χιλιόμετρο της Εθνικής οδού Θεσσαλονίκης - Αλεξανδρούπολης στις εννέα και δέκα το πρωΐ της 10-8-98, είναι ένα γεγονός ή συμβάν (Εικ. 1.1.7).



Εικόνα 1.1.6

Εικόνα 1.1.7

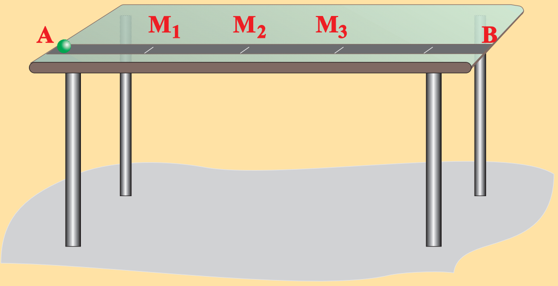
γ. Χρονική διάρκεια.

Ας υποθέσουμε πως ένα κινητό κινείται στον άξονα xx΄, (Εικ. 1.1.6) και διέρχεται από τις θέσεις x_1 = +3cm και x_2=+6cm τις χρονικές στιγμές t_1=2s και t_2=4s αντίστοιχα. Η μεταβολή Δt των χρονικών στιγμών διέλευσης του κινητού από τις παραπάνω θέσεις, ονομάζεται **χρονική διάρκεια** της κίνησής του μεταξύ των θέσεων αυτών. Δηλαδή:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 4s - 2s \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2s.$$

Δραστηριότητα

Αναγκάστε μια μικρή σφαίρα να κινηθεί μέσα στο αυλάκι (θέση μολυβιών) που υπάρχει στο θρανίο σας. Κατά μήκος του αυλακιού σημειώστε τρία σημεία M_1, M_2, M_3, όπως φαίνεται στην εικόνα. Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:



Η σύγχρονη τεχνολογία χρησιμοποιείται στον ακριβή προσδιορισμό των χρονικών στιγμών που ένα σώμα διέρχεται από διάφορες θέσεις.

α) Προσδιορίστε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2, M_3.
β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα περνά από τα σημεία αυτά;

Σύμφωνα με όσα είπαμε στις προηγούμενες παραγράφους, προκύπτει, ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μετροταινία που θα την τοποθετήσουμε πάνω στο θρανίο και θα είναι το σύστημα αναφοράς για να βρούμε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2 και M_3. Επίσης χρειαζόμαστε και τρεις μαθητές παρατηρητές.

Ας ξεκινήσουμε: πρώτα ας βρούμε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2 και M_3. Την αρχή της μετροταινίας, άρα και αρχή του συστήματος αναφοράς, μπορούμε να την τοποθετήσουμε είτε στο Α, είτε στο M_1, είτε σε κάποιο σημείο ανάμεσά τους, είτε σε κάποιο σημείο ανάμεσα στα Α και Β, είτε οπουδήποτε αλλού θέλουμε. Για λόγους ευκολίας όμως προτιμότερο είναι η αρχή να τοποθετηθεί στο σημείο M_1 που είναι το πρώτο σημείο (η αρχική θέση) που μας ενδιαφέρει.

Διαβάζουμε τους αριθμούς της μετροταινίας που συμπίπτουν με τα σημεία, και έτσι βρίσκουμε:

Θέση M_1: x_1=...cm
Θέση M_2: x_2=...cm
Θέση M_3: x_3=...cm

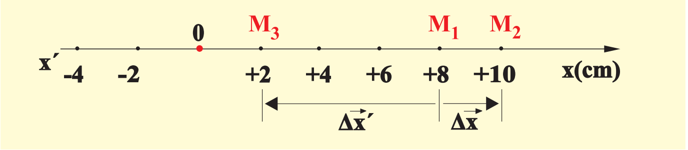
Στη συνέχεια οι τρεις μαθητές, που τοποθετούνται κοντά στα σημεία M_1, M_2 και M_3, ξεκινούν τα χρονόμετρά τους, όταν η σφαίρα ξεκινάει από το σημείο Α ή για ευκολία όταν η σφαίρα περνά από το M_1 και τα σταματούν μόλις η σφαίρα περνά από τα σημεία που τους αντιστοιχούν. Έτσι βρίσκουν:

Χρονική στιγμή t_1=0s (δηλαδή ο πρώτος μαθητής (παρατηρητής) δε χρειάζεται.
Χρονική στιγμή t_2=...s.
Χρονική στιγμή t_3=...s.

Τελικά προκύπτουν τα ζεύγη τιμών, που περιγράφουν τα αντίστοιχα συμβάντα, καθώς η σφαίρα κινείται κατά μήκος της ευθείας ΑΒ.

1.1.4 Η μετατόπιση σωματίου πάνω σε άξονα

Ας θεωρήσουμε ένα σωμάτιο που κινείται στην ευθεία xx΄, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.8. Υποθέτουμε ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε από ένα αρχικό σημείο M_1 σ' ένα άλλο σημείο M_2 των οποίων οι θέσεις είναι: x_1=+8cm και x_2=+10cm, αντίστοιχα.



Εικόνα 1.1.8
Η μετατόπιση είναι διάνυσμα.

Ορίζουμε ως μετατόπιση Δx του σωματίου πάνω στην ευθεία κίνησής του τη διαφορά x_2 - x_1.

Δηλαδή: $\Delta x = x_2 - x_1 = +10cm - 8cm = +2cm$.

Αν υποθέσουμε ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε από το σημείο M_1 έως το σημείο M_3, του οποίου η θέση είναι x_3=+2cm, τότε η μετατόπισή του θα είναι:

$$\Delta x' = x_3 - x_1 = +2cm - 8cm = -6cm.$$

Το πρόσημο (+) στην πρώτη μετατόπιση σημαίνει ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε προς τα δεξιά, ενώ το πρόσημο (-) στη δεύτερη μετατόπιση σημαίνει ότι το σωμάτιο κινήθηκε προς τα αριστερά.

Η μετατόπιση είναι διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική του θέση.

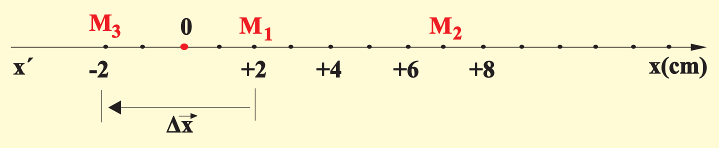
Έτσι στην πρώτη περίπτωση η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ είναι το διάνυσμα με αρχή M_1, τέλος το σημείο M_2 και αλγεβρική τιμή Δx=+2cm. Ομοίως, στη δεύτερη περίπτωση η μετατόπιση $\Delta\vec{x}'$ είναι το διάνυσμα που έχει αρχή το σημείο M_1, τέλος το σημείο M_3 και αλγεβρική τιμή $\Delta x' = -6cm$ (Εικ. 1.1.8).

Σημείωση:

Μπορούμε να καθορίσουμε τη θέση ενός κινητού με ένα διάνυσμα $\vec{x}$, που έχει αρχή το σημείο αναφοράς (Ο) και τέλος το σημείο Μ στο οποίο βρίσκεται το κινητό. Στην περίπτωση αυτή η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ του κινητού από μια θέση $\vec{x}_1$ μέχρι μια άλλη θέση $\vec{x}_2$ ορίζεται ως:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

Κατά τη διάρκεια μιας ευθύγραμμης κίνησης είναι δυνατόν η φορά της να αντιστραφεί. Παραδείγματος χάρη, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.9, το κινητό ξεκινά από τη θέση x_1 = +2cm και αφού φτάσει στη θέση +7cm επιστρέφει τελικά στη θέση $x_2 = -2cm$.



Εικόνα 1.1.9
Η μετατόπιση και το διάστημα (απόσταση) δεν ταυτίζονται όταν αλλάζει η φορά της κίνησης.

Ποια νομίζετε ότι είναι στην περίπτωση αυτή η μετατόπιση Δx του κινητού; Στη Φυσική, ανεξάρτητα από τη δια-

Δραστηριότητα

Ένα λεωφορείο ξεκινά από την αφετηρία και αφού διανύσει διάστημα 4km επιστρέφει πάλι σ' αυτή ακολουθώντας την ίδια διαδρομή.

α) Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διάνυσε το λεωφορείο;

β) Ποια είναι η μετατόπισή του;

δρομή που ακολουθεί ένα κινητό για να υπολογίσουμε τη μετατόπισή του αφαιρούμε από την τελική θέση την αρχική. Δηλαδή: $\Delta x = x_2 - x_1$.

Έτσι στο παραπάνω παράδειγμα η ζητούμενη μετατόπιση είναι:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2cm - 2cm \quad \text{ή}$$
$$\Delta x = -4cm$$

Αυτό σημαίνει ότι το κινητό μετατοπίστηκε κατά 4cm προς τα αριστερά.

Στην ίδια κίνηση το **διάστημα** (απόσταση) που διάνυσε το κινητό είναι s = 5cm+7cm+2cm = 14cm.

Δηλαδή το διάστημα δεν ταυτίζεται πάντοτε με τη μετατόπιση του κινητού.

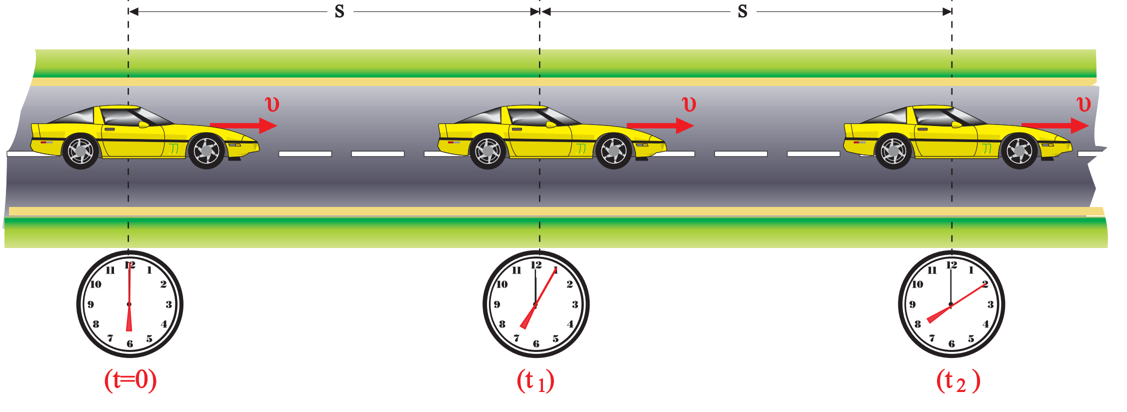
Γενικεύοντας τονίζουμε ότι, το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε ισχύει για όλες τις κινήσεις, εκτός από την ευθύγραμμη κίνηση σταθερής φοράς, όπου το διάστημα και η μετατόπιση ταυτίζονται.

Επιπλέον το διάστημα (απόσταση) είναι μέγεθος μονόμετρο, ενώ η μετατόπιση είναι μέγεθος διανυσματικό.

1.1.5 Η έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

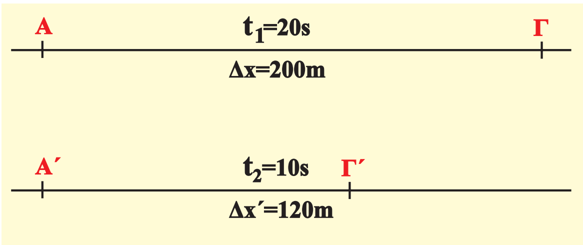
Για να περιγράψουμε τις κινήσεις και για να τις συγκρίνουμε μεταξύ τους, χρειαζόμαστε και άλλες έννοιες εκτός από τη θέση, τη χρονική στιγμή, τη μετατόπιση και τη χρονική διάρκεια. Παραδείγματος χάρη, πώς θα απαντήσουμε στο ερώτημα: από δύο αυτοκίνητα που κινούνται κατά μήκος μιας ευθείας οδού, έτσι ώστε το καθένα σε ίσα, πολύ μικρά χρονικά διαστήματα, να διανύει ίσες μετατοπίσεις (Εικ. 1.1.10α), ποιο κινείται γρηγορότερα;

Ένας τρόπος να απαντήσουμε είναι να μετρήσουμε τη μετατόπιση και τη χρονική διάρκειά της για καθένα από τα δύο αυτοκίνητα και στη συνέχεια να κάνουμε τις αντίστοιχές συγκρίσεις. Είναι όμως αυτό αρκετό; Ας υποθέσουμε ότι το ένα αυτοκίνητο διανύει την απόσταση Δx = ΑΓ = 200m σε



Εικόνα 1.1.10α *Σε ίσους χρόνους το αυτοκίνητο διανύει ίσα διαστήματα.*

χρόνο Δt = 20s, ενώ το δεύτερο διανύει την απόσταση $\Delta x'$ = Α΄Γ΄ = 120m σε χρόνο $\Delta t'$ = 10s (Εικ. 1.1.10β).



Εικόνα 1.1.10β
Τα δύο κινητά διανύουν τις αποστάσεις ΑΓ, Α΄Γ΄ σε διαφορετικούς χρόνους.

Η σύγκριση των μετατοπίσεων των δύο αυτοκινήτων και της αντίστοιχης χρονικής διάρκειας της κίνησής τους είναι δύσκολο να δώσει απάντηση στο ερώτημα.
Αν όμως αναχθούμε στην ίδια χρονική διάρκεια Δt, τότε η σύγκριση προφανώς θα είναι εύκολη, εφόσον η κίνηση στην οποία έχουμε μεγαλύτερη μετατόπιση, θα είναι γρηγορότερη. Έτσι επιλέγουμε χρονική διάρκεια Δt=1s. Η αναγωγή γίνεται όπως γνωρίζουμε με διαίρεση της μετατόπισης Δx με την αντίστοιχη χρονική διάρκεια Δt.

Προκύπτει λοιπόν για κάθε αυτοκίνητο ότι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200\text{m}}{20\text{s}} = 10\text{m/s} \quad \text{και} \quad \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{120\text{m}}{10\text{s}} = 12\text{m/s}.$$

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι η ταχύτητα είναι δύναμη που έχει ένα κινητό.
Ποια είναι η δική σου άποψη;

Δηλαδή το πρώτο αυτοκίνητο σε 1s μετατοπίζεται 10m, ενώ το δεύτερο σε 1s μετατοπίζεται 12m. Άρα το δεύτερο αυτοκίνητο κινείται γρηγορότερα από το πρώτο.

Η διαδικασία αυτή που ακολουθήσαμε μας οδηγεί στον ορισμό της έννοιας της ταχύτητας υ, ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια. Δηλαδή:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1.1.1)$$

Έτσι μπορούμε να απαντάμε στην ερώτηση ποιο κινητό κινείται γρηγορότερα.

Για να απαντήσουμε και στο ερώτημα προς τα πού κινείται το κινητό, πρέπει να λάβουμε υπόψη, ότι η μετατόπιση είναι μέγεθος διανυσματικό ($\Delta\vec{x}$), άρα και η ταχύτητα θα είναι επίσης μέγεθος διανυσματικό. Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \qquad (1.1.2)$$

Η μονάδα της ταχύτητας στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι **1m/s**.

Η σχέση (1.1.2) δίνει την ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όπου η ταχύτητα $\vec{υ}$ είναι σταθερή, με αποτέλεσμα σε ίσους χρόνους να διανύονται ίσες μετατοπίσεις.

Από την εξίσωση ορισμού της ταχύτητας προκύπτει ότι η μετατόπιση Δx είναι:

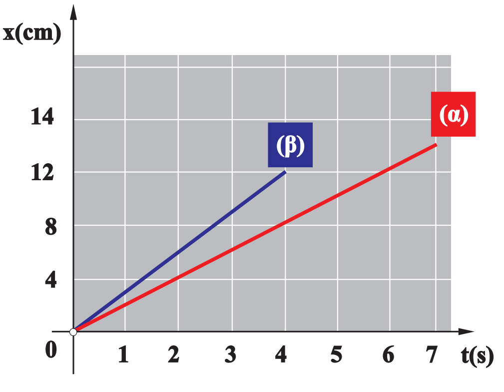
$$\Delta x = υ\,\Delta t \quad ή \quad x = υ\,t \qquad (1.1.3)$$

Η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση περιγράφεται με τη σχέση (1.1.3) με την οποία βρίσκουμε κάθε χρονική στιγμή τη μετατόπιση του κινητού, εφόσον γνωρίζουμε την ταχύτητά του. Η σχέση αυτή ονομάζεται **εξίσωση κίνησης**.

Εκτός από την αλγεβρική μελέτη με την εξίσωση κίνησης, η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μπορεί να μελετηθεί και γραφικά με τη βοήθεια του διαγράμματος της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο t.

Για να κατασκευάσουμε μια γραφική παράσταση, χρειαζόμαστε πειραματικές τιμές των φυσικών μεγεθών που θα παραστήσουμε, ή αν δεν έχουμε πειραματικές τιμές, πρέπει να γνωρίζουμε την αλγεβρική σχέση που συνδέει τα φυσικά μεγέθη, ώστε να συμπληρώσουμε πίνακα τιμών.

Παραδείγματος χάρη, ας υποθέσουμε ότι από την πειραματική μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης δύο κινητών, προέκυψε ο παρακάτω πίνακας τιμών και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (Εικ. 1.1.11).



Εικόνα 1.1.11

Γραφική παράσταση των μετατοπίσεων των κινητών (α), (β), σε συνάρτηση με το χρόνο.

Πίνακας τιμών

t(s)	$x_α$(m)	$x_β$(m)
1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12
5	10	
6	12	
7	14	

Παρατηρούμε, ότι οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες γραμμές, όπως ήταν αναμενόμενο, εφόσον η αλγεβρική σχέση μεταξύ των μεγεθών x, t είναι γραμμική, που όμως έχουν διαφορετική κλίση.

Το ερώτημα που τίθεται είναι:

Ποια είναι η φυσική σημασία των κλίσεων των δύο ευθειών που προέκυψαν από τη γραφική παράσταση των πειραματικών δεδομένων του πίνακα;

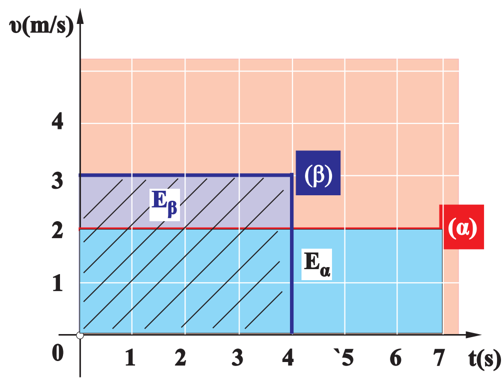
Επειδή η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της μετατόπισης διά του χρόνου $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, με το οποίο πηλίκο έχουμε ορίσει την ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι:

Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο δίνει την ταχύτητα στην ευθύγραμμη κίνηση.

Κλίση ευθείας α: $\dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{14\text{m}}{7\text{s}} = 2\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = \upsilon_\alpha$

Κλίση ευθείας β: $\dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{12\text{m}}{4\text{s}} = 3\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = \upsilon_\beta$

Αν παραστήσουμε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο, τη σταθερή ταχύτητα $\upsilon_\alpha = 2\text{m/s}$ και $\upsilon_\beta = 3\text{m/s}$ των δύο κινητών, προκύπτουν οι ευθείες γραμμές (α) και (β) που φαίνονται στην εικόνα 1.1.12.



Εικόνα 1.1.12
Γραφική παράσταση της ταχύτητας των κινητών σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα εμβαδά E_α (μπλε) και E_β (γραμμοσκιασμένο), δίνουν τις μετατοπίσεις των κινητών α, β, αντίστοιχα.

Οι ευθείες (α) και (β) είναι παράλληλες στον άξονα του χρόνου.

Υπολογίζοντας τα εμβαδά E_α και E_β μεταξύ των αντίστοιχων ευθειών (α), (β) και των αξόνων ταχύτητα - χρόνος, βρίσκουμε:

$$E_\alpha = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 7\text{s} \cdot 2\text{m/s} = 14\text{m},$$

δηλαδή τη μετατόπιση του κινητού α

$$\text{και } E_\beta = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 4\text{s} \cdot 3\text{m/s} = 12\text{m},$$

δηλαδή τη μετατόπιση του κινητού β.

Μπορούμε λοιπόν από τη γραφική παράσταση υ = f(t) να υπολογίζουμε τη μετατόπιση Δx, βρίσκοντας το αντίστοιχο εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων υ, t και της ευθείας που παριστά την ταχύτητα.

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι αν δύο κινητά τα οποία κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με διαφορετικές ταχύτητες, βρεθούν κάποια χρονική στιγμή το ένα δίπλα στο άλλο, έχουν την ίδια ταχύτητα.

Εσύ τι πιστεύεις; Συζητήστε στην ομάδα σας.

Εφαρμογή

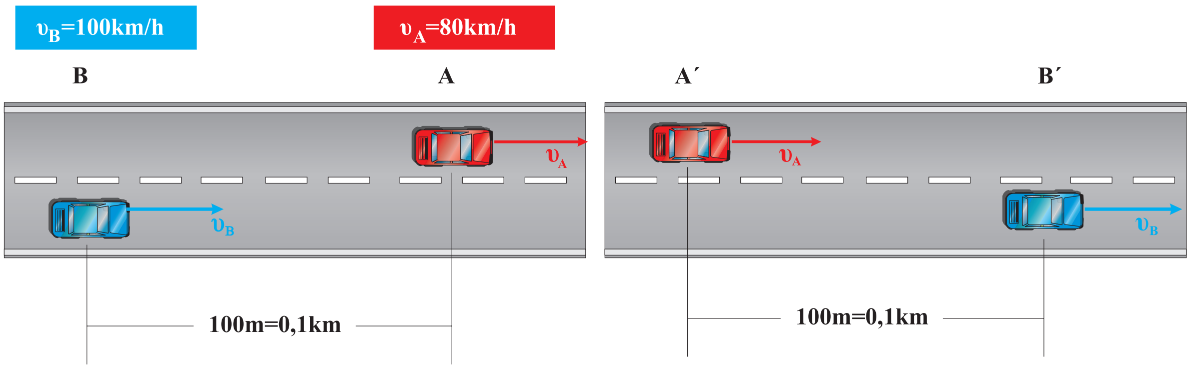
Δύο αυτοκίνητα Α, Β κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε ένα τμήμα της εθνικής οδού Πατρών-Πύργου με ταχύτητες 80km/h και 100km/h αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο Β απέχει από το προπορευόμενο αυτοκίνητο Α 100m και στη συνέχεια το προσπερνά.

α) Μετά από πόσο χρόνο τα αυτοκίνητα θα απέχουν πάλι 100m;

β) Πόσο θα έχει μετατοπιστεί κάθε αυτοκίνητο, όταν απέχουν πάλι 100m; Ο υπολογισμός να γίνει με την εξίσωση της κίνησης, αλλά και γραφικά.

Απάντηση:

α) Σχεδιάζουμε πρώτα τις αρχικές και τις τελικές θέσεις των αυτοκινήτων Α και Β, των οποίων οι μετατοπίσεις είναι x_A=ΑΑ΄ και x_B=ΒΒ΄ αντίστοιχα, εικόνα (α).



Εικόνα α

Η εξίσωση κίνησης για κάθε αυτοκίνητο είναι:

$$x_A=\upsilon_A\, t=AA΄ \qquad (1)$$

$$x_B=\upsilon_B\, t=BB΄ \qquad (2)$$

όπου: υ_A=80km/h και υ_B=100km/h.

Από τις σχέσεις (1) και (2) με αφαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$BB΄\text{-}AA΄ = BA+A΄B΄ = (\upsilon_B - \upsilon_A)\, t \quad ή$$

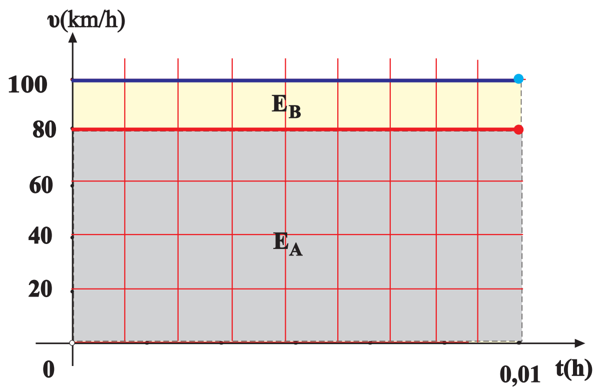
$$0{,}2km = (100km/h - 80km/h)\, t$$

$$ή \;\; t = 0{,}01h = 36s$$

β) Από τις εξισώσεις κίνησης (1) και (2) με αντικατάσταση του χρόνου t βρίσκουμε:

$$x_A = 80km/h\; 0{,}01h = 0{,}8km$$

$$x_B = 100km/h\; 0{,}01h = 1km$$



Εικόνα β

Ομοίως από τη γραφική παράσταση της εικόνας (β) υπολογίζουμε τα αντίστοιχα εμβαδά:

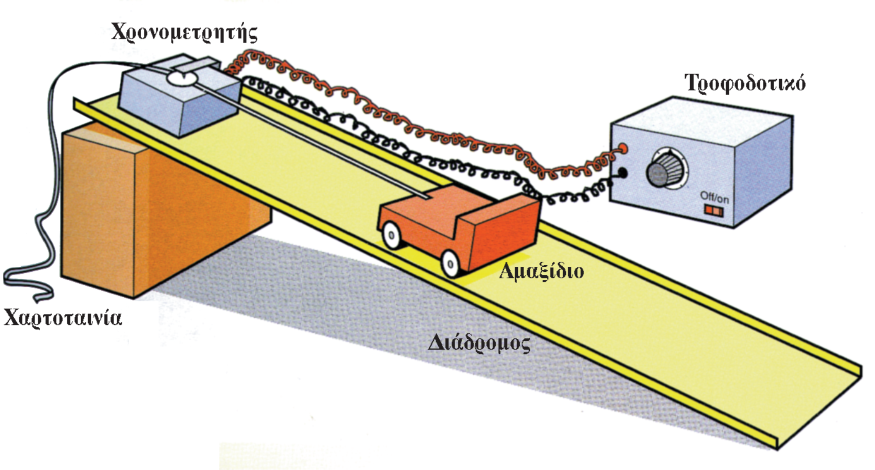
$$E_A = 0{,}01h \cdot 80km/h = 0{,}8km = x_A$$

$$E_B = 0{,}01h \cdot 100km/h = 1km = x_B$$

47

Μελέτη κίνησης με χρήση του ηλεκτρικού χρονομετρητή

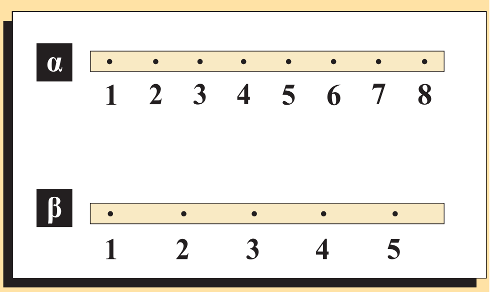
Μπορούμε να μελετήσουμε την ευθύγραμμη κίνηση ενός αντικειμένου, λόγου χάρη ενός μικρού αμαξιού, με τη βοήθεια του ηλεκτρικού χρονομετρητή που φαίνεται στην εικόνα.



Καθώς κινείται το αμαξάκι παρασύρει με την ίδια ταχύτητα τη χαρτοταινία που περνά διαμέσου του ηλεκτρικού χρονομετρητή. Ο κινητήρας του ηλεκτρικού χρονομετρητή περιστρέφεται με σταθερό σχεδόν αριθμό στροφών ανά μονάδα χρόνου: 50 στροφές σε κάθε δευτερόλεπτο. Σε κάθε περιστροφή του, γράφει επάνω στη χαρτοταινία μία κουκίδα. Το σταθερό χρόνο τ μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων, μπορούμε να τον θεωρήσουμε ως μονάδα χρόνου (αντί του δευτερολέπτου) για πρακτικούς λόγους.

Δραστηριότητα

Οι χαρτοταινίες που φαίνονται στην εικόνα αναφέρονται σε δύο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις δύο αμαξιδίων και προέκυψαν με τη βοήθεια του ηλεκτρικού χρονομετρητή.



α) Μετρήστε με ένα κανόνα τις μετατοπίσεις από την κουκίδα 1 έως την κουκίδα 2 από τη 2 έως την 3 κ.ο.κ και στις δύο χαρτοταινίες. Τι παρατηρείτε;

β) Υπολογίστε την ταχύτητα του κάθε αμαξιδίου. Ποιο κινείται γρηγορότερα;

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε αμαξίδιο.

1.1.6 Η έννοια της μέσης ταχύτητας

Στην προηγούμενη παράγραφο μελετήσαμε την έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση όπου η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή της κίνησης. Διαπιστώσαμε, ότι η ταχύτητα δείχνει πόσο μετατοπίζεται ένα κινητό στην μονάδα του χρόνου και “προς τα πού” κινείται, ή διαφορετικά δείχνει το ρυθμό μεταβολής της θέσης ενός κινητού και την κατεύθυνση κίνησής του.

Στην καθημερινή ζωή όμως οι συνηθισμένες κινήσεις δεν είναι ευθύγραμμες ομαλές.

Πώς θα μελετήσουμε τις κινήσεις αυτές; Πώς θα απαντήσουμε στο ερώτημα: με τι ταχύτητα διανύει το αυτοκίνητο τη διαδρομή Αθήνα – Θεσσαλονίκη;

Στις “μη ομαλές” κινήσεις η ταχύτητα αλλάζει, δεν είναι η ίδια σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης. Δηλαδή το πηλίκο s/t παίρνει διαφορετικές τιμές κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του αυτοκινήτου από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη.

Οι τιμές αυτές εξαρτώνται από το διάστημα s ή από το χρόνο t που θα επιλέξουμε. Παραδείγματος χάρη στο ευθύγραμμο τμήμα της εθνικής οδού στη Μαλακάσα μπορεί να είναι $\frac{s}{t} = 120\frac{km}{h}$.

Στην επόμενη όμως στροφή μπορεί να είναι $\frac{s}{t} = 80\frac{km}{h}$ κ. τ. λ.

Οπότε, για να απαντήσουμε στο παραπάνω ερώτημα, πρέπει να “κατασκευάσουμε” μια νέα έννοια. Αυτή η νέα έννοια σχετίζεται με τη συνολική απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο και τη συνολική χρονική διάρκεια κίνησής του.

Αν π.χ. η απόσταση Αθήνα – Θεσσαλονίκη είναι 513km και η χρονική διάρκεια του ταξιδιού είναι 5h, τότε το πηλίκο $\frac{s}{t} = 102{,}6\frac{km}{h}$, μας πληροφορεί για την απόσταση κατά μέσο όρο που διανύει το αυτοκίνητο σε κάθε ώρα ταξιδιού.

Το πηλίκο αυτό το ονομάζουμε **μέση ταχύτητα** του αυτοκινήτου και το συμβολίζουμε με $\bar{\upsilon}$ ή υ_μ. Δηλαδή:

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{t} \qquad (1.1.4)$$

Η μέση ταχύτητα είναι μονόμετρο μέγεθος και μας δείχνει απλά με πόση “περίπου” ταχύτητα καλύφθηκε η διαδρομή Αθήνα – Θεσσαλονίκη ή ακριβέστερα μας δείχνει τη σταθερή ταχύτητα που έπρεπε να είχε το αυτοκίνητο για να καλύψει τη διαδρομή των 513km σε 5h.

Πολλές φορές αναφέρεται η μέση διανυσματική ταχύτητα, $\vec{\upsilon}_\mu$, η οποία ορίζεται από το πηλίκο $\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$, όπου $\Delta\vec{x}$ η μετατόπιση και Δt ο αντίστοιχος χρόνος. Όμως η έννοια αυτή ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου.

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα ενός αυτοκινήτου, για τη διαδρομή Πάτρα - Αθήνα, το οποίο ξεκίνησε από την Πάτρα στις δέκα και μισή το πρωί, έκανε στάση μισή ώρα στην Κόρινθο και έφτασε στην Αθήνα στις μία το μεσημέρι.

Η απόσταση Πάτρα - Αθήνα είναι 210km.

1.1.7 Η έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας

Στο ταξίδι από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη, όπως είπαμε στην προηγούμενη παράγραφο, η ταχύτητα του αυτοκινήτου δεν παραμένει σταθερή.

Η κίνηση αυτή που δεν είναι ούτε ευθύγραμμη ούτε ομαλή, ονομάζεται γενικά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Υπολογίσαμε παραπάνω τη μέση ταχύτητα $υ_μ$ για όλο το ταξίδι από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη. Με όμοιο τρόπο μπορούμε να βρούμε τη μέση ταχύτητα $υ_μ$ από την Αθήνα στο Βόλο, τη μέση ταχύτητα σε ένα ευθύγραμμο τμήμα του εθνικού δρόμου ή τη μέση ταχύτητα σε ακόμη μικρότερη διαδρομή.

Ας φανταστούμε ότι από τη θέση του συνοδηγού παρακολουθούμε το ταχύμετρο (κοντέρ) του αυτοκινήτου σε ένα ευθύγραμμο τμήμα της εθνικής οδού (Εικ. 1.1.13). Παρατηρούμε ότι ο δείκτης του ταχύμετρου συνεχώς δείχνει διαφορετική ένδειξη. Με τη βοήθεια του χιλιομετρητή και ενός χρονομέτρου θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα $υ_μ$ για διάφορα διαστήματα τα οποία διανύει το αυτοκίνητο, με τον εξής τρόπο: Καταγράφουμε την ένδειξη του χιλιομετρητή s_1 και ταυτόχρονα θέτουμε σε λειτουργία το χρονόμετρο. Μετά από αρκετές εκατοντάδες μέτρα, σταματάμε τη λειτουργία του χρονομέτρου και καταγράφουμε την ένδειξή του (t), καθώς και την ένδειξη του χιλιομετρητή s_2, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Κατά τη διάρκεια της διαδρομής αυτής καταγράφουμε και μερικές ενδείξεις του ταχυμέτρου του αυτοκινήτου. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για μικρότερα διαστήματα και καταγράφουμε τις μετρήσεις.

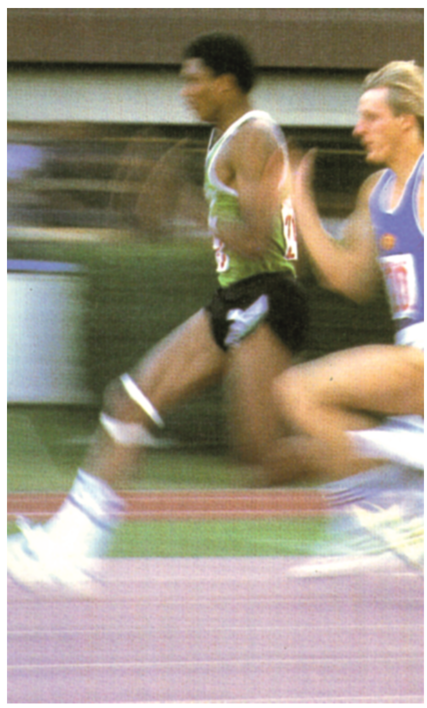
Εικόνα 1.1.13
Το ταχύμετρο του αυτοκινήτου δείχνει τη στιγμιαία ταχύτητά του.

ΠΙΝΑΚΑΣ

α/α	t(s)	$s=s_2-s_1$(m)	$υ_μ$(m/s)	$υ_μ$(km/h)	υ ταχύμετρου (km/h)
1	50,20	1.800	35,85	129,1	134-125-140...
..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..
..	3,6	100	27,78	100,0	99-100-101

Παρατηρούμε, ότι όσο μικραίνει η χρονική διάρκεια κίνησης του αυτοκινήτου (και το διανυόμενο διάστημα), τόσο η υπολογιζόμενη από τις μετρήσεις μέση ταχύτητα προσεγγίζει την πραγματική ταχύτητα του αυτοκινήτου που δείχνει το κοντέρ. Αν η χρονική διάρκεια κίνησης του αυτοκινήτου γίνει πάρα πολύ μικρή, τότε η υπολογιζόμενη ταχύτητα λέγεται **στιγμιαία** και ταυτίζεται με αυτή που δείχνει το ταχύμετρο σε μία τυχαία χρονική στιγμή.

Επισημαίνουμε πως στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης η στιγμιαία και η μέση ταχύτητα συμπίπτουν.



Εικόνα 1.1.14
Η ταχύτητα των αθλητών τη στιγμή της φωτογράφησης είναι η στιγμιαία ταχύτητά τους.

1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Οι κατασκευαστές αυτοκινήτων και δικύκλων, για να περιγράψουν τις δυνατότητες που έχουν αυτά, αναφέρουν σε πόσα δευτερόλεπτα "πιάνουν" τα 100km/h, ξεκινώντας από την ηρεμία, ή από κάποια άλλη ταχύτητα, για παράδειγμα 60km/h.

Παρατηρήστε το διπλανό πίνακα. Ποιο από τα αυτοκίνητα είναι το πιο "γρήγορο"; Ποιου αυτοκινήτου αλλάζει η ταχύτητα γρηγορότερα, ή ποιο έχει μεγαλύτερη **επιτάχυνση;** Διαπιστώνουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας για όλα τα αυτοκίνητα είναι ίδια:

$$\Delta\upsilon = \upsilon - \upsilon_0 = 100\text{km/h} \quad \text{ή} \quad \Delta\upsilon = 100\text{-}60 = 40\text{km/h},$$

ενώ η χρονική διάρκεια Δt για να επιτευχθεί αυτή η μεταβολή της ταχύτητας είναι διαφορετική για κάθε αυτοκίνητο.

Θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των αυτοκινήτων αν γνωρίζαμε την ταχύτητα που αποκτούν μέσα σε οποιοδήποτε χρόνο, ξεκινώντας από την ηρεμία, π.χ. σε Δt=10s. Αντί να αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε χρόνο μπορούμε να συμφωνήσουμε να χρησιμοποιήσουμε Δt=1s, δηλαδή να αναχθούμε στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας Δυ με τον αντίστοιχο χρόνο Δt.

Στη Φυσική, για να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των κινητών, των οποίων η κίνηση δεν είναι ομαλή, εργαζόμαστε με τον προηγούμενο τρόπο, δηλαδή βρίσκουμε πόσο αλλάζει η ταχύτητα στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας με το χρόνο. Έτσι υπολογίζουμε την επιτάχυνση ή το ρυθμό με τον οποίο αλλάζει η ταχύτητα, όπως λέμε.

Το πηλίκο $\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ το ονομάζουμε επιτάχυνση και το συμβολίζουμε με το γράμμα α, δηλαδή:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \qquad (1.1.5).$$

Μονάδα επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το $\dfrac{1\text{m}/\text{s}}{\text{s}} = 1\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιοριστούμε **μόνο** στην περιγραφή κινήσεων που η ταχύτητά τους αλλάζει το ίδιο στη μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό, δηλαδή σε κινήσεις στις οποίες η επιτάχυνση $\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ είναι σταθερή. Για παράδειγμα αν $\alpha = 2\text{m/s}^2$, τότε σε κάθε δευτερόλεπτο η ταχύτητα αλλάζει 2m/s.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Επιτάχυνση 0 - 100 χλμ./ώρα (δλ.)	
Daihatsu Charade 1,5 4d	10,5
Seat Cordoba 1,4 16V	10,9
Opel Astra 1,4 16V 4d	11,9
Alfa Romeo 146 1,4 16V T.S.	12,2
Nissan Almera 1,4 4d	12,2
Suzuki Baleno 1,3 Sedan	12,5
Mitsubishi Lancer 1,3	12,6
Kia Sephia Altiva 1,5 4d	12,9
Hyundai Accent 1,3 4d	13,0
Toyota Corolla 1,3 Sedan	13,0
Citroen Xsara 1,4 5d	13,9
Fiat Brava 1,4	14,1
Peugeot 306 1,4 5d	14,2
Daewoo Lanos 1,3 4d	14,5
Ford Escort 1,4 4d	15,8

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

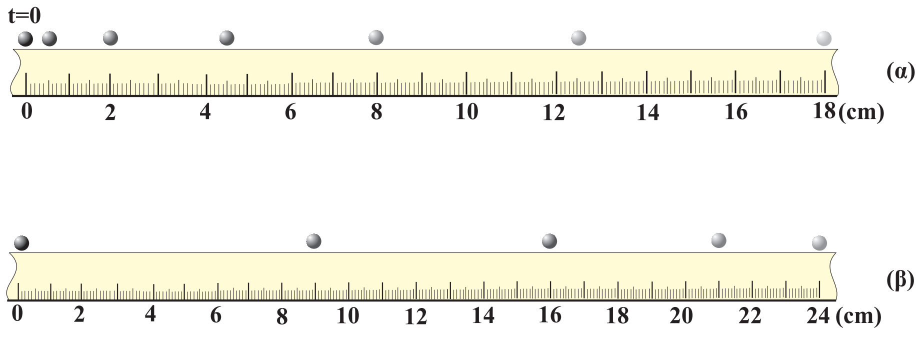
Επιτάχυνση 60 - 100 χλμ./ώρα (δλ.)	
Opel Astra 1,4 16V 4d	11,4
Seat Cordoba 1,4 16V	11,7
Daihatsu Charade 1,5 4d	12,4
Alfa Romeo 146 1,4 16V T.S.	12,6
Hyundai Accent 1,3 4d	13,1
Citroen Xsara 1,4 5d	13,4
Kia Sephia Altiva 1,5 4d	13,7
Fiat Brava 1,4	13,9
Peugeot 306 1,4 5d	14,0
Mitsubishi Lancer 1,3	14,2
Nissan Almera 1,4 4d	14,5
Toyota Corolla 1,3 Sedan	14,7
Ford Escort 1,4 4d	16,7
Suzuki Baleno 1,3 Sedan	16,7
Daewoo Lanos 1,3 4d	17,1

Τις κινήσεις αυτές τις ονομάζουμε ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες.

Στις κινήσεις αυτές διακρίνουμε δυο περιπτώσεις:

α) η ταχύτητα του κινητού αυξάνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιταχυνόμενη.

β) η ταχύτητα του κινητού μειώνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιβραδυνόμενη (Εικ. 1.1.15).



Εικόνα 1.1.15

Οι διαδοχικές θέσεις δύο σφαιρών σε ίσα χρονικά διαστήματα: α) επιταχυνόμενη κίνηση, β) επιβραδυνόμενη.

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με την τιμή της επιτάχυνσης, αλλά η ταχύτητα και η μεταβολή της ταχύτητας είναι διανύσματα, οπότε και η επιτάχυνση είναι διάνυσμα.

Ορίζουμε ως επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, το διανυσματικό μέγεθος του οποίου η τιμή ισούται με το πηλίκο της μεταβολής $\Delta\vec{\upsilon}$ της ταχύτητας διά του χρόνου Δt στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή. Στη γλώσσα των μαθηματικών μπορούμε να γράψουμε:

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (1.1.6)$$

Δραστηριότητα

Υπολογίστε το πηλίκο $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ για μερικά από τα αυτοκίνητα του Πίνακα 1. Χρησιμοποιήστε ως μονάδα το $1\frac{km/s}{s}$.

Συζητήστε τα αποτελέσματα στην ομάδα σας.

Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης στις περιπτώσεις α, β, φαίνεται στην εικόνα 1.1.16, όπου παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και αντίθετη κατεύθυνση με αυτήν στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Πάντοτε όμως η

Δραστηριότητα

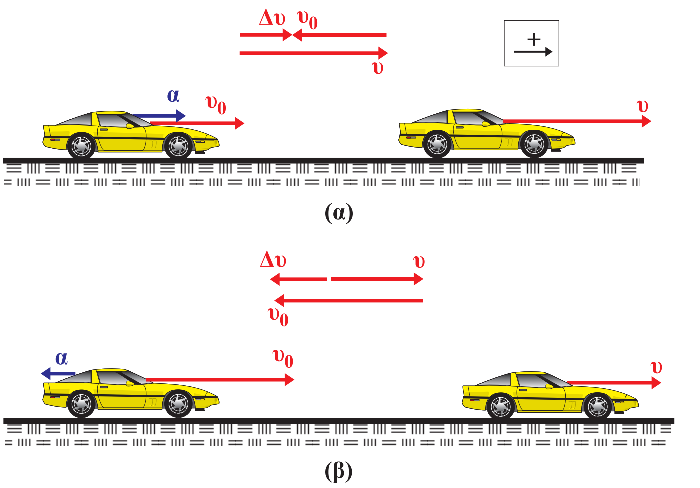
α) Υπολογίστε τις επιταχύνσεις στις κινήσεις που φαίνονται στις στροβοσκοπικές φωτογραφίες της εικόνας 1.1.15.

β) Σχεδιάστε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σε δύο σημεία των κινήσεων.

Μερικοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι αν η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου είναι μηδέν, τότε και η επιτάχυνσή του πρέπει να είναι μηδέν.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει ο ισχυρισμός αυτός.

κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon}$, εικόνα 1.1.16.



Εικόνα 1.1.16

α) Επιταχυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$, $\Delta\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$, έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β) Επιβραδυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα $\Delta\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$, έχουν αντίθετη κατεύθυνση με τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$.

1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Για να περιγράψουμε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, πρέπει σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε την ταχύτητα του κινητού και τη θέση του. Οι εξισώσεις που μας δίνουν τις πληροφορίες αυτές, λέγονται εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης και προκύπτουν ως εξής:

α) Η εξίσωση της ταχύτητας.

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ προκύπτει ότι η μεταβολή $\Delta\vec{\upsilon}$ της ταχύτητας στο χρόνο Δt είναι:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\alpha}\,\Delta t$$

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν, η ταχύτητα του κινητού είναι υ_0 (αρχική ταχύτητα) και τη χρονική στιγμή t είναι υ, τότε η μεταβολή $\Delta\vec{\upsilon}$ είναι:

$$\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 = \vec{\alpha}\,(t - 0) \text{ ή } \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\alpha}\,t.$$

Επειδή τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$ είναι συγγραμμικά στην ευθύγραμμη κίνηση, η πρόσθεσή τους ανάγεται σε αλγεβρική πρόσθεση των τιμών τους. Μπορούμε λοιπόν να καθορίσουμε θετική και αρνητική φορά (Εικ. 1.1.16), και να οδηγηθούμε στην αλγεβρική μορφή των προηγούμενων εξισώσεων:

στην επιταχυνόμενη κίνηση: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\, t$ (1.1.7)

στην επιβραδυνόμενη κίνηση: $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t$ (1.1.8)

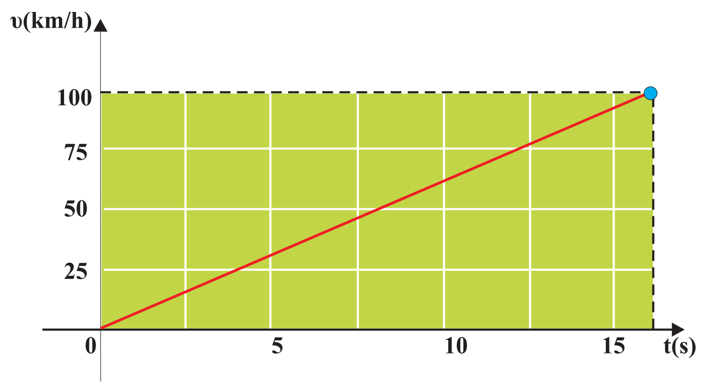
Αν η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0=0$ από τη σχέση (1.1.7) προκύπτει:

$$\upsilon = \alpha\, t \tag{1.1.9}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, είναι εξίσωση πρώτου βαθμού και μπορεί να παρασταθεί γραφικά σε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου με ευθεία γραμμή. Π.χ. ας υποθέσουμε ότι το τελευταίο αυτοκίνητο του Πίνακα 1 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά στο ευθύγραμμο τμήμα μιας πίστας αγώνων αυτοκινήτων από την ηρεμία και αποκτά ταχύτητα 100km/h σε 15,8s. Για να παραστήσουμε γραφικά την ταχύτητα σε σχέση με το χρόνο, αρκούν δύο σημεία, γιατί όπως είπαμε η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή. Αν πάρουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, έχουμε τη γραφική παράσταση που φαίνεται στην εικόνα 1.1.17.

Πίνακας 3

t(s)	υ(km/h)
0	0
15,8	100

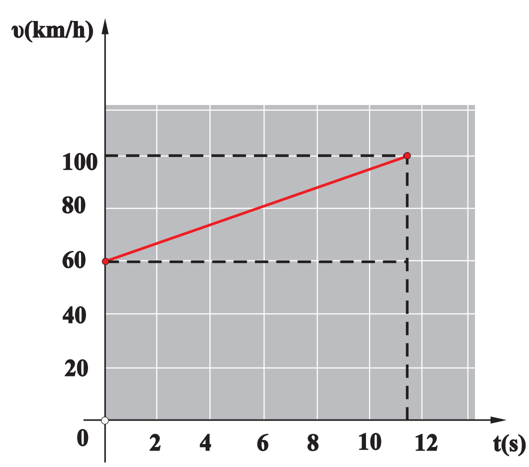


Εικόνα 1.1.17

Ας υποθέσουμε ότι το πρώτο αυτοκίνητο του Πίνακα 2 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά σε ευθύγραμμο τμήμα της πίστας των αγώνων αυτοκινήτων με αρχική ταχύτητα 60km/h και τελική 100km/h σε χρόνο 11,4s. Όπως και προηγουμένως, παίρνουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, οπότε έχουμε τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση της εικόνας 1.1.18.

Πίνακας 4

t(s)	υ(km/h)
0	60
11,4	100



Εικόνα 1.1.18

Τίθεται το ερώτημα: ποια είναι η φυσική σημασία της κλίσης της ευθείας της εικόνας 1.1.18;
Επειδή η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας με το χρόνο, $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, με το οποίο έχουμε ορίσει την επιτάχυνση, συμπεραίνουμε ότι **η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση** στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

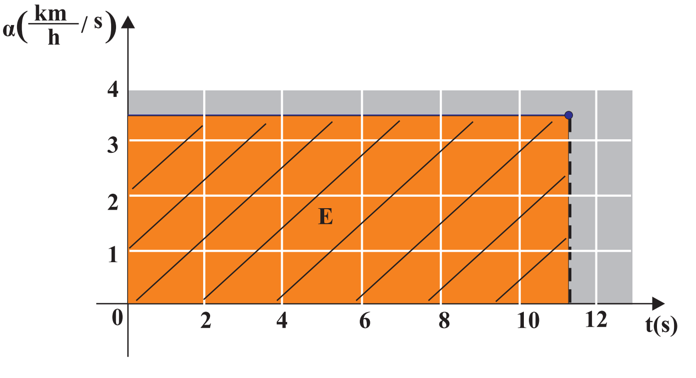
Κλίση ευθείας: $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{40\text{km / h}}{11{,}4\text{s}} = 3{,}51\frac{\text{km / h}}{\text{s}} = \alpha$

Σημείωση:

Χρησιμοποιούμε τη μονάδα $\frac{Km / h}{s}$, διότι είναι πιο κοντά στην εμπειρία μας, δηλαδή καταλαβαίνουμε τι σημαίνει ότι η ταχύτητα άλλαξε σε 1s κατά 3,5km/h. Αν μετατρέψουμε τις μονάδες στο Διεθνές Σύστημα S.I., η επιτάχυνση γίνεται

$$\frac{3{,}51 \cdot \frac{1.000\ m}{3.600\ s}}{s} = 0{,}975\ m / s^2$$

Η γραφική παράσταση της σταθερής επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση του αυτοκινήτου που μελετάμε, θα είναι ευθεία γραμμή, παράλληλη στον άξονα του χρόνου t, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.19.



Εικόνα 1.1.19

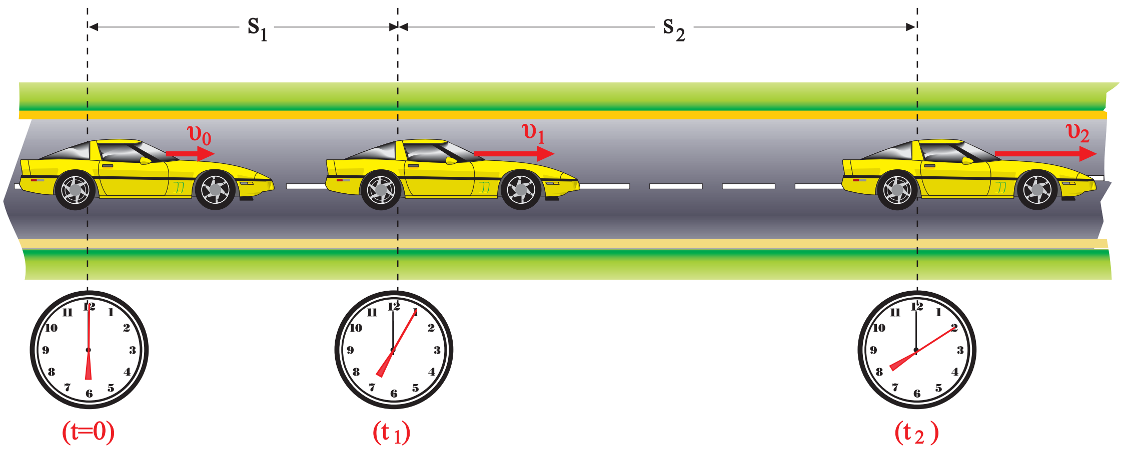
Ποια μπορεί να είναι η φυσική σημασία του γραμμοσκιασμένου εμβαδού της εικόνας 1.1.19; Το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης (ευθείας) και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου είναι:

$$E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 3{,}51\frac{\text{km/h}}{\text{s}}\ 11{,}4\text{s} = 40\text{km/h} = \upsilon$$

Παρατηρούμε ότι το εμβαδόν είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας κατά την χρονική διάρκεια των 11,4s της επιτάχυνσης του αυτοκινήτου. Άρα το εμβαδό, μεταξύ της ευθείας που αναπαριστά την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου, είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας Δυ.

Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή των διαγραμμάτων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο υ = f(t) και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο α = f(t) στην περίπτωση της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

β) Η εξίσωση της κίνησης.

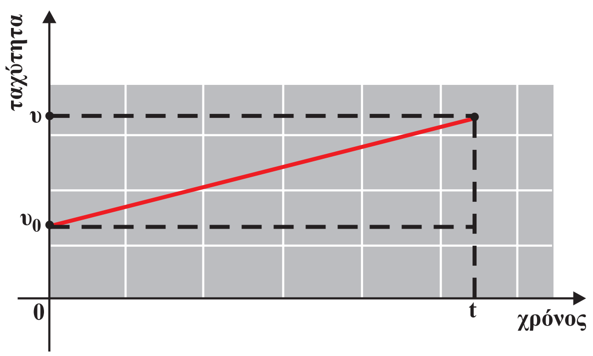


Το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση.

Η εξίσωση κίνησης, δηλαδή ο προσδιορισμός της θέσης ενός αντικειμένου, το οποίο επιταχύνεται ομαλά, σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει με γραφικό τρόπο από το διάγραμμα υ = f(t).

Στη μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, παράγραφος 1.1.5, είδαμε ότι το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων ταχύτητας και χρόνου είναι ίσο με τη μετατόπιση.

Ομοίως μπορεί να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν του τραπεζίου που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων υ, t (Εικ. 1.1.20) είναι ίσο με τη μετατόπιση στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Οπότε, αν υπολογίσουμε το εμβαδόν, εικόνα 1.1.20, χρησιμο-



Εικόνα 1.1.20

ποιώντας αντί των αριθμητικών τιμών, τα σύμβολα υ, υ_0, t, οδηγούμαστε στην εξίσωση για τη μετατόπιση Δx. Δηλαδή:

$$E_{\tau\rho\alpha\pi} = \frac{\text{άθροισμα βάσεων}}{2} \cdot \text{ύψος} \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}(t - 0)$$

Αλλά γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$. Συνεπώς:

$$\Delta x = \frac{\upsilon_0 + \alpha t + \upsilon_0}{2}\, t = \frac{2\upsilon_0 t + \alpha t^2}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

και αν $x_0 = 0$, έχουμε:

$$\boxed{x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \qquad (1.1.10)$$

Ομοίως στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση προκύπτει ότι:

$$\boxed{x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2} \qquad (1.1.11)$$

Τίθεται το ερώτημα:

Η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι ευθεία γραμμή ή καμπύλη;

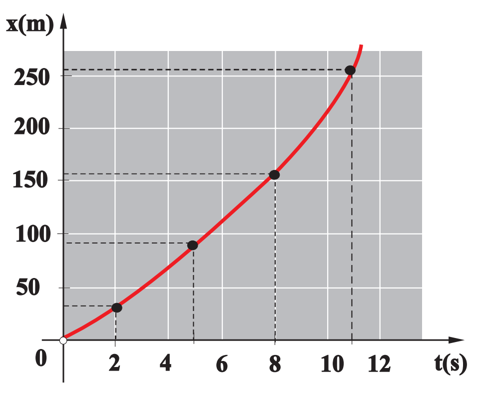
Για να απαντήσουμε στο ερώτημα πρέπει να ελέγξουμε την εξίσωση κίνησης αν είναι πρώτου ή δεύτερου βαθμού ως προς t. Όπως προκύπτει από τη σχέση (1.1.11), η εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού ως προς το χρόνο, άρα η γραφική παράσταση είναι καμπύλη γραμμή.

Για να τη σχεδιάσουμε, συμπληρώνουμε έναν πίνακα τιμών. Π.χ. στην περίπτωση του πρώτου αυτοκινήτου του πίνακα 2, από τα δεδομένα: αρχική ταχύτητα υ_0=60km/h=16,67m/s, επιτάχυνση α=0,975m/s^2, απαιτούμενος χρόνος για να αποκτήσει ταχύτητα υ=100km/h, t=11,4s και την εξίσωση κίνησης $x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας τιμών, και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (Εικ. 1.1.21).

Δραστηριότητα

Να παραστήσετε γραφικά τη σχέση ταχύτητας - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από τη γραφική παράσταση να αποδείξετε τη σχέση 1.1.11.



t(s)	x(m)
0	0
2	35,3
5	95,5
8	164,6
11,4	253,4

Εικόνα 1.1.21

Γραφική παράσταση του διαστήματος (θέσης) x σε συνάρτηση με τον χρόνο στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα.

Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή της γραφικής παράστασης της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο x=f(t), στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Εφαρμογή 1

Θέλουμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση και το χρόνο που απαιτείται για να σταματήσει ένα αυτοκίνητο που έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 72 km/h$, αν φρενάροντας αποκτά επιβράδυνση $\alpha = 10 m/s^2$.

Στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι $\upsilon_0 = \dfrac{72.000m}{3.600s} = 20\dfrac{m}{s}$.

Γνωρίζουμε ότι η μετατόπιση και η ταχύτητα δίνονται από τις σχέσεις:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

και

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \qquad (2)$$

Η τελική ταχύτητα υ του αυτοκινήτου, εφόσον σταματά είναι $\upsilon = 0$. Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$0 = \upsilon_0 - \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{10}s = 2s.$$

Άρα ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει το αυτοκίνητο είναι $t = 2s$.

Αντικαθιστώντας το χρόνο στη σχέση (1) προκύπτει:

$$x = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2}10 \cdot 2^2 m \quad \text{ή} \quad x = 20m,$$

Δηλαδή το αυτοκίνητο θα μετατοπισθεί 20m έως ότου σταματήσει.

Εφαρμογή 2

Δύο αυτοκίνητα, κινούνται σε ευθύγραμμο τμήμα του εθνικού δρόμου Θεσσαλονίκης – Αλεξανδρούπολης με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 80 km/h$ και απέχουν 30m. Κάποια στιγμή ο οδηγός του δεύτερου αυτοκινήτου αποφασίζει να προσπεράσει το προπορευόμενο αυτοκίνητο, που συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η κίνηση του δεύτερου αυτοκινήτου είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η επιτάχυνση έχει τιμή $\alpha = 0{,}975 m/s^2 = 3{,}51\dfrac{km/h}{s}$. Στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας έρχεται ένα άλλο αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 100 km/h$ και απέχει από το δεύτερο αυτοκίνητο 400m.

Το μήκος των αυτοκινήτων είναι περίπου 4m.

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε πόσο θα μετατοπισθεί ώσπου να σταματήσει, το αυτοκίνητο της Εφαρμογής 1, αν έχει τη διπλάσια αρχική ταχύτητα και την ίδια επιβράδυνση.

Πόσες φορές θα αυξηθεί η μετατόπιση του αυτοκινήτου ώσπου να σταματήσει;

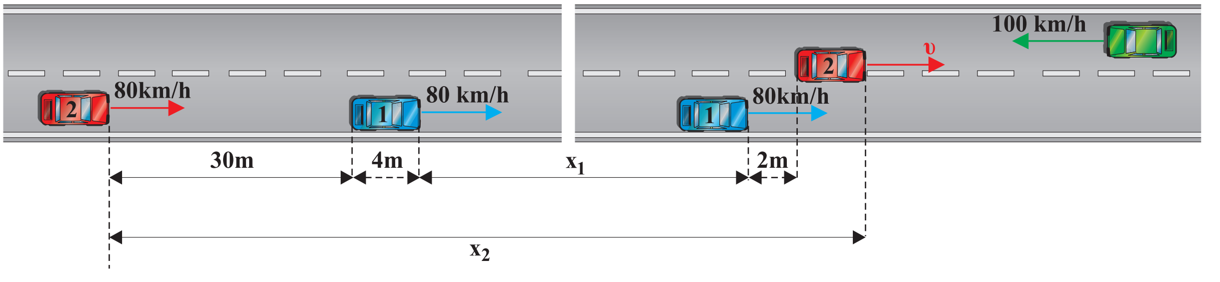
Θα υπολογίσουμε:

α) τη χρονική διάρκεια που απαιτείται για το προσπέρασμα, το οποίο θεωρούμε ότι ολοκληρώθηκε, όταν το αυτοκίνητο που προσπερνά βρίσκεται 2m μπροστά από το αυτοκίνητο που προσπέρασε.

β) τη μετατόπιση του κάθε αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του προσπεράσματος.

γ) την ταχύτητα που απέκτησε το δεύτερο αυτοκίνητο στο τέλος του προσπεράσματος.

δ) αν είναι ασφαλές το προσπέρασμα ή αν υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης με το αντίθετα κινούμενο αυτοκίνητο.



α) Το πρώτο αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα:

$$x_1 = \upsilon t \qquad (1)$$

Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς η μετατόπισή του θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$x_2 = \upsilon t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (2)$$

Στην εικόνα φαίνεται ότι η διαφορά των μετατοπίσεων των αυτοκινήτων είναι:

$$x_2 - x_1 = (30+4+2+4)\text{m} = 40\text{m}.$$

Οπότε, από τις εξισώσεις (1), (2) με αφαίρεση προκύπτει:

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \text{ή} \quad 40\text{m} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}975\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2 \quad \text{ή} \quad \mathbf{t = 9s.}$$

Δηλαδή ο απαιτούμενος χρόνος για την ολοκλήρωση του προσπεράσματος είναι 9s.

β) Από την εξίσωση (1) προκύπτει:

$$x_1 = 80\text{km/h}\cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad x_1 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}}\cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x_1 = 200m.}$$

Από την εξίσωση (2) προκύπτει:

$$x_2 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}}\cdot 9\text{s} + \frac{1}{2}\cdot 0{,}975\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(9\text{s})^2 \quad \text{ή}$$

$$x_2 = 200m + 39{,}5m = \mathbf{239{,}5m.}$$

γ) Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται, άρα η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon' = \upsilon + \alpha t \quad \text{ή} \quad \upsilon' = 80km/h + 3{,}51\frac{Km/h}{s}\cdot 9s \quad \text{ή} \quad \mathbf{\upsilon' = 111{,}6km/h.}$$

δ) Στη χρονική διάρκεια του προσπεράσματος, το αυτοκίνητο που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας μετατοπίστηκε κατά:

$$x = \upsilon_1 t = 100km/h \cdot 9s = \frac{100.000m}{3.600s}\cdot 9s \quad \text{ή} \quad x = 250m.$$

Η αρχική απόσταση μεταξύ του δεύτερου αυτοκινήτου και του αυτοκινήτου που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας, δίνεται ότι είναι 400m. Βρήκαμε ότι $x_2 = 239{,}5m$ και $x = 250m$, δηλαδή το συνολικό διάστημα που διάνυσαν τα αντιθέτως κινούμενα αυτοκίνητα είναι $x_{ολ} = x + x_2$ ή $x_{ολ} = 489{,}5m$.

Αυτό σημαίνει ότι, πριν ολοκληρωθεί το προσπέρασμα τα αυτοκίνητα διασταυρώθηκαν με προφανή κίνδυνο σύγκρουσης.

Το θεώρημα Merton

Οι κινήσεις των σωμάτων μελετήθηκαν θεωρητικά τον $13^{ο}$ αιώνα, πολύ πριν από την εποχή του Γαλιλαίου ($16^{ος}$ αιώνας), ο οποίος θεωρείται ο θεμελιωτής της Φυσικής Επιστήμης όπως τη γνωρίζουμε εμείς σήμερα.

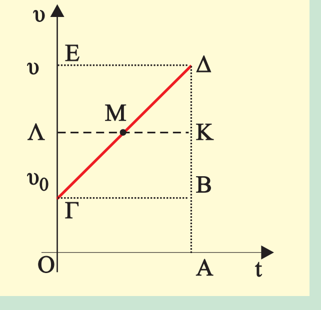
Ένα από τα αποτελέσματα των μελετών της περιόδου αυτής, που χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα στη διδασκαλία της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, είναι το "Θεώρημα της μέσης ταχύτητας". Το θεώρημα αυτό ονομάζεται και θεώρημα Merton, επειδή μελετήθηκε στο αντίστοιχο κολλέγιο της Οξφόρδης.

Με σύγχρονη ορολογία, το θεώρημα αναφέρεται σε μία κίνηση που είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_0, διαρκεί χρόνο t και έχει τελική ταχύτητα υ. Το θεώρημα ορίζει ότι, το διάστημα που διανύθηκε είναι το ίδιο με αυτό που θα διήνυε στον ίδιο χρόνο άλλο κινητό που θα είχε σταθερή ταχύτητα ίση με τη μέση τιμή των ταχυτήτων υ_0, υ.

Δηλαδή η απόσταση αυτή είναι:

$$s = \frac{(\upsilon_0 + \upsilon)}{2}\,t\,.$$

Ενδιαφέρον έχει η ιδιαίτερη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την απόδειξη του θεωρήματος από τον Oresme, στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού, στις αρχές του $14^{ου}$ αιώνα. Ο Oresme σκέφτηκε, ότι, εφόσον η ποσότητα $\upsilon_0 t$ είναι γινόμενο δύο αριθμών, μπορεί να παρασταθεί με το εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές υ_0, t, όπως το ΟΑΒΓ στην εικόνα. Ομοίως, το υt θα είναι το εμβαδόν ΟΑΔΕ. Ο Oresme επίσης συμπέρανε, ότι το εμβαδόν ΟΑΔΓ θα παριστάνει το διάστημα που διανύθηκε από το κινητό που έκανε την επιταχυνόμενη κίνηση.



Πράγματι, αν συνδεθούν τα μέσα των τμημάτων ΓΕ και ΒΔ με το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ, τα τρίγωνα ΓΛΜ και ΚΔΜ αποδεικνύεται ότι είναι ίσα. Συνεπώς, το εμβαδόν του τραπεζίου ΟΑΔΓ και του ορθογωνίου ΟΑΚΛ είναι ίσα. Όμως, το εμβαδόν ΟΑΚΛ αντιστοιχεί στο γινόμενο $\frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}t$, διότι η ΚΛ διέρχεται από τα μέσα των ΒΔ, ΓΕ και ΟΛ $= \upsilon_0 + \frac{\upsilon - \upsilon_0}{2} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}$.

Άρα το διάστημα που διανύεται με τη μέση ταχύτητα είναι ίσο με αυτό που διανύεται με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Για να περιγράψουμε μία κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή, χρειάζεται σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε τη θέση του σωματίου ή κινητού. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ορίσουμε ένα **σημείο αναφοράς** που θα είναι η αρχή για τις μετρήσεις μας. Σε περίπτωση που το σωμάτιο κινείται σε επίπεδο, η θέση του προσδιορίζεται εφόσον ορισθεί σύστημα αναφοράς, που τώρα είναι ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Κατά την κίνησή του το κινητό αλλάζει θέσεις. Η **μετατόπιση** είναι διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική του θέση, ανεξάρτητα από τη διαδρομή του, και τιμή:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

Όταν η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή,** το κινητό διανύει ίσες μετατοπίσεις σε ίσους χρόνους, κινούμενο κατά την ίδια φορά. Η **ταχύτητα** στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι το διανυσματικό μέγεθος που προκύπτει ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια, σύμφωνα με τον τύπο

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

και έχει μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα S.I. το 1m/s.

Στις **μη ομαλές κινήσεις** η ταχύτητα αλλάζει. Τότε χρησιμοποιούμε την έννοια της **μέσης ταχύτητας** που προκύπτει ως το πηλίκο της συνολικής απόστασης που διανύει το κινητό προς τη συνολική διάρκεια της κίνησής του με σχέση

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{t}$$

με μονάδα μέτρησης ίδια με αυτήν της ταχύτητας.

Στην **ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση** η ταχύτητα του κινητού αλλάζει κατά το ίδιο ποσό στην μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό. Στην κίνηση αυτή χρησιμοποιείται το διανυσματικό μέγεθος της **επιτάχυνσης** που ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon}$ δια του χρόνου Δt στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή, και δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Η μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το $1\,m/s^2$.

Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση, είναι οι εξής:

$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$: Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$: Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$: Εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2$: Εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.