

Σχόλιο

Με αντίστοιχη διαδικασία σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \rho \cdot \sin(x + \varphi)$, όπου $\rho > 0$, $\varphi > 0$

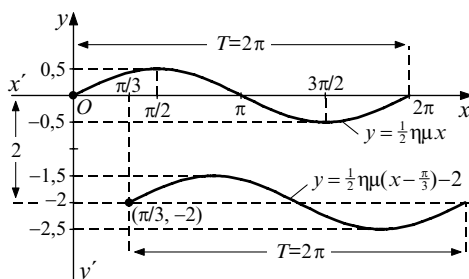
και $f(x) = \rho \cdot \sin(x - \varphi)$, όπου $\rho > 0$, $\varphi > 0$.

8. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{2} \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2$.

Λύση

Για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{2} \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2$, σχεδιάζουμε πρώτα τη γραφική παράσταση της

$g(x) = \frac{1}{2} \eta\mu x$. Στη συνέχεια τη μετατοπίζουμε οριζόντια κατά $\frac{\pi}{3}$ μονάδες προς τα δεξιά και ύστερα κατακόρυφα κατά δύο μονάδες προς τα κάτω.



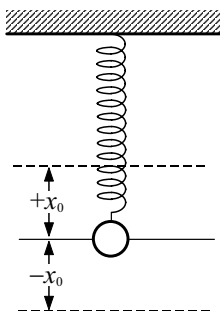
ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

Ένα φαινόμενο λέγεται **περιοδικό**, όταν επαναλαμβάνεται με την ίδια ακριβώς μορφή σε ίσα και διαδοχικά χρονικά διαστήματα.

Η παλινδρομική κίνηση που κάνει το έμβολο μιας μηχανής, η περιστροφή της γης γύρω από τον ήλιο, η ομαλή κυκλική κίνηση, το ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα κ.ά., είναι περιοδικά φαινόμενα.

- Περιοδικό φυσικό φαινόμενο (περιοδική κίνηση) είναι η γραμμική αρμονική ταλάντωση.
Γραμμική αρμονική ταλάντωση εκτελεί ένα μικρό σφαιρίδιο που είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου.

Στη Γ.Α.Τ. αποδεικνύεται ότι η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας O δίνεται από τη σχέση $x = x_0 \cdot \eta\mu\omega t$, όπου:



x : η απομάκρυνση του σώματος σε κάποια χρονική στιγμή t ,

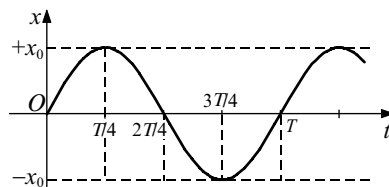
x_0 : το πλάτος της ταλάντωσης (η μέγιστη τιμή της απομάκρυνσης του κινητού από τη θέση ισορροπίας),

T : περίοδος της ταλάντωσης (ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση),

ω : η κυκλική συχνότητα (μία σταθερά που συνδέεται με την περίοδο T με τη σχέση

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Στο παρακάτω σχήμα δείχνουμε τη γραφική παράσταση της σχέσης $x = x_0 \cdot \eta\mu\omega t$.



- Περιοδικό φαινόμενο είναι και η αρμονική εναλλασσόμενη τάση. Στην αρμονική εναλλασσόμενη τάση η τιμή της είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

Δηλαδή, $v = v_0 \cdot \eta\mu\omega t$, όπου :

v : είναι η στιγμιαία τάση (δηλαδή, η τιμή της σε κάποια χρονική στιγμή t),

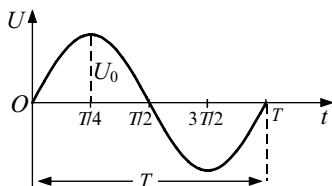
v_0 : το πλάτος της τάσης (δηλαδή, η μέγιστη τιμή που παίρνει η τάση),

T : η περίοδος (δηλαδή, ο χρόνος που έχουμε μία πλήρη εναλλαγή τιμών της τάσης),

ω : η κυκλική συχνότητα (μία σταθερά που συνδέεται με την περίοδο με τη

σχέση $T = \frac{2\pi}{\omega}$).

Στο παρακάτω σχήμα δείχνουμε τη γραφική παράσταση της σχέσης $v = v_0 \cdot \eta\mu\omega t$.



- Το ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα είναι ένα περιοδικό φαινόμενο και παράγεται, όταν εφαρμόσουμε ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση στις άκρες ενός αγωγού.

Στο ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα η ένταση είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

Δηλαδή, $I = I_0 \cdot \eta\mu\omega t$, όπου:

I : η στιγμιαία ένταση (δηλαδή, η τιμή της σε κάποια χρονική στιγμή t),

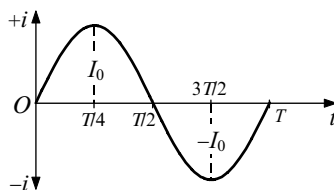
I_0 : η μέγιστη τιμή που παίρνει η ένταση,

T : η περίοδος (ο χρόνος για να συμπληρωθεί μία πλήρης εναλλαγή του ρεύματος),

ω : η κυκλική συχνότητα (μία σταθερά που συνδέεται με την περίοδο T με τη

σχέση $T = \frac{2\pi}{\omega}$).

Στο παρακάτω σχήμα δείχνουμε τη γραφική παράσταση της σχέσης $I = I_0 \cdot \eta\mu\omega t$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu 2\pi x$ είναι:

A : 2π B : $\frac{\pi}{2}$ Γ : π Δ : 1 Ε : 2

2. Η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu 2x$ έχει περίοδο

A: 2π B: $\frac{\pi}{2}$ Γ: π Δ: 2

3. Η συνάρτηση $f(x) = 5\eta\mu \frac{x}{3}$ έχει μέγιστη τιμή ελάχιστη τιμή και περίοδο $T = \dots\dots\dots$

4. Αν η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\eta\mu\omega x$ έχει περίοδο $\frac{\pi}{3}$, τότε το ω είναι ίσο με

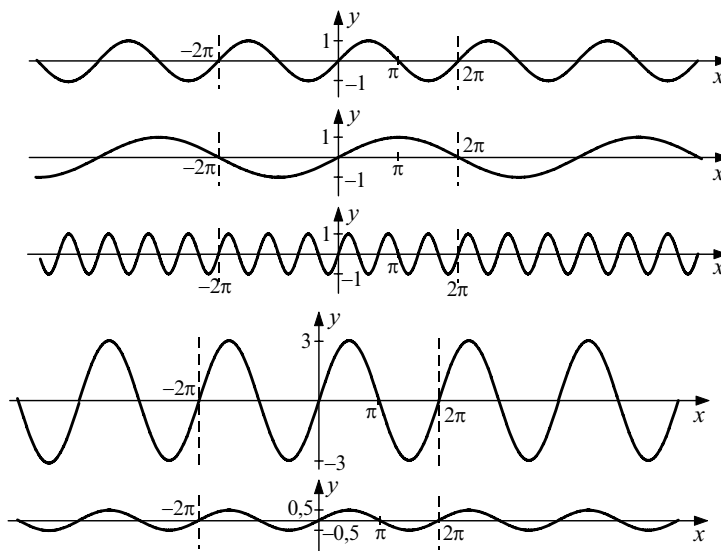
A: 3 B: $\frac{1}{3}$ Γ: 6 Δ: 2

5. Η ημιτονοειδής καμπύλη με μέγιστη τιμή 3 και περίοδο $T = 4\pi$ έχει εξίσωση την:

A: $y = 2\eta\mu 3x$ B: $y = 3\eta\mu x$ Γ: $y = 3\eta\mu \frac{x}{2}$ Δ: $y = 3\eta\mu 4x$ E: $y = 3\eta\mu \frac{x}{4}$

6. Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu \frac{x}{2}$. Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης αυτής; Ποια είναι η περίοδός της; Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

7. Να βρείτε τις εξισώσεις των ημιτονοειδών καμπυλών:



8. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sin x$, $\varphi(x) = \frac{1}{2} \sin x$, $g(x) = -2 \sin x$

ii) $f(x) = 2 \eta \mu x$, $\varphi(x) = 2 \eta \mu x + 1$, $g(x) = 2 \eta \mu x - 1$

iii) $f(x) = \sin x$ $\varphi(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

iv) $f(x) = \eta \mu x$ $\varphi(x) = 2 \eta \mu 2x$

v) $f(x) = \epsilon \varphi x$, $\varphi(x) = \epsilon \varphi x + 1$, $g(x) = \epsilon \varphi x - 1$

9. Η παλίρροια σε μία θαλάσσια περιοχή περιγράφεται κατά προσέγγιση με τη συνάρτηση $y = 3 \eta \mu\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right)$, όπου y το ύψος της στάθμης των υδάτων σε μέτρα και t ο χρόνος σε ώρες.

i) Να βρείτε την υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην ψηλότερη πλημμυρίδα και τη χαμηλότερη άμπωτη.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 12$.

10. Η εναλλασσόμενη τάση u ενός αγωγίμου περιστρεφόμενου πλαισίου δίνεται από τον τύπο $u = U_m \sin \varphi$, όπου φ η γωνία περιστροφής του πλαισίου με τις μαγνητικές γραμμές και U_m η μέγιστη τάση. Να βρείτε τις τεταγμένες των σημείων της γραφικής της παράστασης, όταν:

i) $\varphi = 0$ ii) $\varphi = \frac{\pi}{2}$ iii) $\varphi = \pi$ iv) $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ v) $\varphi = 2\pi$.

Μετά σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $u = U_m \sin \varphi$.

11. Μία εναλλασσόμενη τάση δίνεται από τον τύπο $u = 220 \eta \mu \omega t$. Να βρεθεί πότε παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

12. Να γίνει η γραφική παράσταση του εναλλασσόμενου ρεύματος $i = 10 \eta \mu \omega t$.